

## К РАСЧЕТУ РАДИУСА РАВНОВЕСНОЙ ОРБИТЫ БЕТАТРОНА

М. Ф. ФИЛИППОВ

(Представлено научным семинаром физико-технического факультета)

### Общие соображения о выборе основных параметров электромагнита бетатрона

Расчет электромагнита индукционного ускорителя электронов—бетатрона, как и трансформатора или электрической машины, представляет задачу с возможными многими решениями. Но только некоторые из этих решений являются технически и экономически целесообразными.

В релятивистской механике соотношение между двумя основными параметрами бетатрона—радиусом равновесной орбиты ( $r_0$ ) и плотностью магнитного потока на орбите ( $B_0$ ) с некоторым приближением определяется известным уравнением:

$$A = 3 \cdot 10^{-4} \cdot r_0 B_0, \quad (1)$$

где  $A = W + 0,51$ —полная энергия ускоренных электронов, а  $W$ —их кинетическая энергия в *Мэв*;

$B_0$ —плотность магнитного потока на равновесной орбите в *гс*;

$r_0$ —радиус равновесной орбиты в *см*.

Из бесконечного числа пар значений  $r_0$  и  $B_0$ , удовлетворяющих уравнению, могут быть приняты только значения, отвечающие выполнению следующих условий:

1. Распределение магнитного потока в зазоре между полюсами должно обеспечить в процессе ускорения соблюдение так называемого бетатронного условия ( $B_K = 2 B_0$ ), где  $B_K$ —средняя плотность магнитного потока в круге равновесной орбиты.

2. Электромагнит бетатрона должен иметь возможно меньший вес.

3. Нагревание стали магнитопровода и обмоток электромагнита при длительной работе в номинальном режиме не должно превышать допустимого по нормам.

Чтобы получить возможно меньший радиальный размер полюсных сердечников, следует стремиться к меньшему значению  $r_0$ , но при этом возрастает необходимая для получения заданной энергии ускоренных электронов плотность магнитного потока на равновесной орбите.

При больших значениях плотности магнитного потока в междуполюсном пространстве электромагнита бетатрона заметно сказывается влияние насыщения стали центральной части магнитопровода. Влияние насыщения приводит к нарушению бетатронного условия.

В данном случае нарушение бетатронного отношения вызывает смещение орбиты ускоряемых электронов к внутренней стенке ускорительной камеры.

Кроме того, увеличение плотности магнитного потока в полюсных сердечниках приводит к возрастанию потерь от вихревых токов и гистерезиса. При неравномерном распределении плотности магнитного потока по сечению магнитопровода наличие больших потерь в стали может создать недопустимую разность по фазе между ведущим и ускоряющим магнитными полями бетатрона, что также вызывает нарушение бетатронного условия. Повышенные потери в стали создают чрезмерный нагрев магнитопровода.

Для выявления наиболее удачного решения при выборе радиуса равновесной орбиты  $r_0$ , если пользоваться уравнением (1), необходимо рассматривать несколько вариантов и по конечным результатам расчета судить о пригодности того или иного из них.

Чтобы внести определенность в выборе радиуса равновесной орбиты, ниже предлагается расчетное уравнение, связывающее основные параметры и радиальные размеры междуполюсного пространства электромагнита бетатрона при условии соблюдения бетатронного отношения.

### Вывод расчетного уравнения

На рис. 1 представлены профиль полюсных наконечников бетатрона и соответствующая кривая распределения плотности магнитного потока  $B = f(r)$  в средней плоскости междуполюсного пространства.

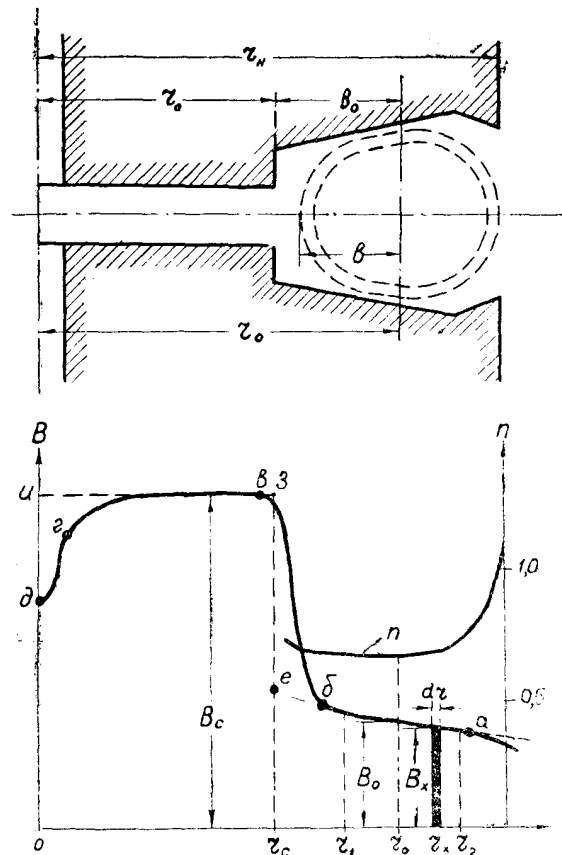


Рис. 1

В рабочей зоне междуполюсного пространства, занятого полезным сечением ускорительной камеры (участок  $ab$ ), кривая распределения плотности магнитного потока вдоль радиуса должна удовлетворять соотношению:

$$\frac{B_x}{B_0} = \frac{r_x^{-n}}{r_0^{-n}} \quad \text{или} \quad B_x = B_0 \frac{r_0^n}{r_x^n}, \quad (2)$$

где  $B_0$  и  $B_x$  — мгновенное значение плотности магнитного потока на радиусах  $r_0$  и  $r_x$ ,  $n$  — показатель спадания магнитного поля по радиусу, который должен быть в пределах  $1 > n > 0$ , чтобы обеспечить радиальную и аксиальную фокусировки пучка ускоряемых электронов.

Показатель спадания магнитного поля  $n$  на разных радиусах в рабочей зоне ускорительной камеры имеет неодинаковые значения (рис. 1), но в кольце, ограниченном радиусами  $r_0$  и  $r_c$ , магнитный поток которого учитывается расчетным уравнением,  $n$  можно считать постоянным и равным значению его на радиусе  $r_0$ .

В рабочей зоне магнитный поток через элементарную кольцевую поверхность с радиусом  $r_x$  и шириной  $dr$  (рис. 1) будет равен:

$$d\Phi = 2\pi r_x B_x dr = 2\pi B_0 r_0^n \cdot r_x^{1-n} dr,$$

откуда магнитный поток в кольце, ограниченном произвольными радиусами  $r_1$  и  $r_2$  в пределах рабочей зоны

$$\Phi_{12} = 2\pi B_0 r_0^n \int_{r_1}^{r_2} r_x^{1-n} \cdot dr = \frac{2\pi B_0 r_0^n}{2-n} \left( r_2^{2-n} - r_1^{2-n} \right). \quad (3)$$

Чтобы выдержать бетатронное отношение, центральная часть полюсных наконечников снабжается цилиндрическими выступами или между полюсами помещается несколько цилиндрических дисков (галет).

Действительное распределение плотности магнитного потока вдоль радиуса на рис. 1 представлено кривой *abgd*. Для упрощения расчетов с достаточной для практики точностью действительную кривую можно заменить кривой *абези*, тем более, что возможная неточность, обусловленная таким допущением, легко корректируется после сборки электромагнита регулированием зазора между полюсами.

Полагая, что плотность магнитного потока в кольце, ограниченном радиусами  $r_0$  и  $r_c$  (рис. 1), изменяется в соответствии с уравнением (2), а в круге радиуса  $r_c$  она постоянна и равна  $B_c$ , найдем из уравнения (3) магнитный поток в круге равновесной орбиты

$$\Phi_K = \frac{2\pi B_0 r_0^n}{2-n} \left( r_0^{2-n} - r_c^{2-n} \right) + \pi r_c^2 B_c. \quad (4)$$

Используя, кроме полученного выражения, бетатронное условие, найдем

$$2B_0 = \frac{2r_0^n B_0}{r_0^2(2-n)} \left( r_0^{2-n} - r_c^{2-n} \right) + \frac{r_c^2}{r_0^2} B_c,$$

откуда

$$B_0 = \frac{B_c}{2 \left[ \gamma^2 - \frac{1}{2-n} (\gamma^2 - \gamma^n) \right]}, \quad (5)$$

где

$$\gamma = \frac{r_0}{r_c} = \frac{r_0}{r_0 - s_0}. \quad (6)$$

Величина  $s_0$  зависит от радиального размера поперечного сечения ускорительной камеры, т. к.

$$s_0 = s + (0,5 \div 1,0), \text{ см},$$

где  $s$  размер радиальной полуоси поперечного сечения ускорительной камеры (рис. 1.).

Из уравнения (6)

$$r_o = \vartheta_o \frac{\gamma}{\gamma - 1}. \quad (7)$$

Подставив в уравнение (1) значение  $r_o$  из уравнения (7) и  $B_o$  из уравнения (5), получим

$$A = \frac{1,5 \cdot 10^{-4} B_c \vartheta_o}{\gamma \left[ 1 - \frac{1}{2-n} \left( 1 - \gamma^{n-2} \right) \right]^{(n-1)}}$$

или

$$A = \frac{1,5 \cdot 10^{-4} B_c \vartheta_o}{\beta}, \quad (8)$$

где

$$\beta = \gamma \left[ 1 - \frac{1}{2-n} \left( 1 - \gamma^{n-2} \right) \right] (\gamma - 1). \quad (9)$$

Зависимость  $\beta$  от  $\gamma$  для различных значений  $n$  (по уравнению 9) изображена в виде кривых (рис. 2).

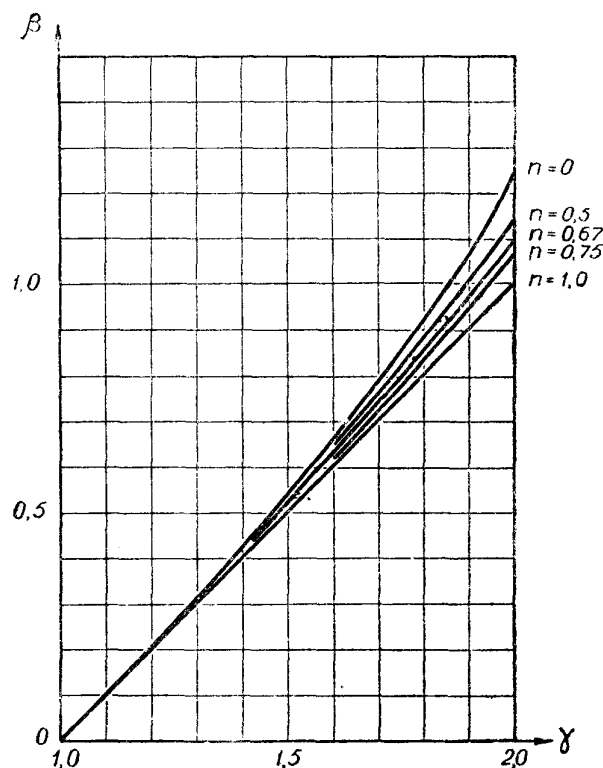


Рис. 2

Уравнение (8), как модификация уравнения (5), связывает основные размеры и параметры междуполюсного пространства бетатрона при условии соблюдения бетатронного отношения.

### Постоянная бетатрона

В уравнение (8), если учесть и уравнение (9), входят три независимых, неизвестных величины:  $B_c$ ,  $n$  и  $\vartheta_o$ .

При питании обмотки электромагнита бетатрона переменным синусоидальным током мгновенное значение плотности магнитного потока на орбите в конце процесса ускорения

$$B_{op} = B_{oa} \cdot \sin \alpha_p,$$

где  $B_{0a}$  — амплитуда плотности магнитного потока на орбите  $\alpha_p = 65 \div 75^\circ$  — рекомендуемая фаза сброса электронов на мишень. Следовательно, максимальная расчетная энергия ускоренных в бетатроне электронов согласно уравнению (8) равна

$$A = \frac{1,5 \cdot 10^{-4} \cdot B_{cm} \kappa_c v_0 \sin \alpha_p}{3}, \quad (10)$$

где  $B_{cm}$  — максимальная допустимая плотность магнитного потока в стали центральных вставок,  $\kappa_c = 0,83 \div 0,87$  — коэффициент заполнения центральных вставок сталью.

При выборе значения  $B_{cm}$  следует учитывать кривую намагничивания, удельные потери стали магнитопровода и способ охлаждения электромагнита.

В бетатронах с максимальной энергией от 5 до 25 Мэв конструкции Томского политехнического института при работе на переменном токе промышленной частоты ( $f = 50$  гц) с естественным охлаждением электромагнита

$$B_{cm} = 13500 \div 14000 \text{ гс}.$$

Для изготовления магнитопровода бетатронов использовалась сталь Э - 42 толщиной 0,35 мм.

Расчетное значение показателя спадания поля  $n$  обычно принимается равным  $n = 0,5 \div 0,75$ .

Остается неизвестным значение  $v_0$ . Как указывалось ранее,  $v_0$  зависит от размеров поперечного сечения ускорительной камеры бетатрона.

Размеры поперечного сечения ускорительной камеры зависят от многих факторов. В принципе, чем больше размеры поперечного сечения камеры, тем вероятнее захват в ускорение большего числа электронов, испускаемых электронной пушкой в момент подачи импульса напряжения инжекции, а следовательно, получение более высокой интенсивности гамма-излучения. Но с увеличением размеров поперечного сечения камеры увеличиваются размеры электромагнита и мощность батареи конденсаторов для компенсации реактивной мощности.

На размеры поперечного сечения камеры в сильной степени влияет конструкция магнитопровода, от которой зависит фазовая структура магнитного поля в рабочей зоне междуполюсного пространства.

В бетатронах с симметричным магнитопроводом поперечное сечение камеры относительно меньше, чем при Ш-образной конструкции магнитопровода.

Вопрос выбора размеров поперечного сечения ускорительной камеры здесь не рассматривается и при расчете радиуса равновесной орбиты бетатрона, размер  $v_0$  должен быть задан.

Из уравнения (10) можем написать следующую зависимость:

$$\frac{v_0}{A^3} = \frac{6,7 \cdot 10^3}{B_{cm} \cdot \kappa_c \cdot \sin \alpha_p},$$

где  $A$  выражено в Мэв.

Правая часть этого уравнения при выбранных значениях  $B_{cm}$ ,  $\alpha_p$  и  $\kappa_c$  представляет постоянную величину. Обозначив эту величину через  $B$ , можем написать

$$\frac{v_0}{A^3} = B, \quad (11)$$

$$\text{где } B = \frac{6,7 \cdot 10^3}{B_{cm} \cdot \kappa_c \cdot \sin \alpha_p} \quad (12)$$

может быть названа „постоянной бетатрона“.

## Определение радиуса $r_0$

При выбранных значениях  $B$ ,  $n$  и  $\epsilon_0$  из уравнения (11)

$$\beta = \frac{\epsilon_0}{AB}.$$

Определив по кривым рис. 2 соответствующее значение  $\gamma$ , найдем из уравнения (7)

$$\left| r_0 = \epsilon_0 \frac{\gamma}{\gamma - 1} \right|.$$

Как видно из рис. 2, кривые  $\beta = f(r)$  для различных показателей степени спада поля  $n$  при значениях  $\gamma < 1,5$  совпадают, стремясь к прямой линии, соответствующей  $n = 1$ . Следовательно, при значениях  $\gamma < 1,5$  без ущерба для точности расчета можно пренебречь влиянием  $n$  на величину расчетного радиуса равновесной орбиты.

Принимая  $n = 1$ , из уравнения (9) получим:

$$\beta = \gamma \sim 1. \quad (13)$$

Подставив полученное значение  $\beta$  в уравнение (11) и учитывая равенство (6), найдем

$$|r_0 = AB + \epsilon_0|. \quad (14)$$

Уравнение (14) дает вполне достаточную для технических расчетов точность, если  $\gamma < 1,5$ , что соответствует бетатронам с максимальной энергией электронов порядка 10 Мэв и выше.

Обычные конструкции магнитопровода бетатрона позволяют осуществлять, в небольших пределах юстировку радиуса равновесной орбиты, если при испытании электромагнита обнаружено отклонение радиуса орбиты от расчетного.

Учитывая возможность юстировки, уравнение (14) можно использовать и для определения радиуса равновесной орбиты в бетатронах с максимальной энергией ускоренных электронов меньше 10 Мэв.

Если максимальная заданная кинетическая энергия ускоренных в бетатроне электронов  $W$  много больше собственной энергии ( $\epsilon_0 = 0,51$  Мэв), то вместо уравнения (14) можно пользоваться уравнением

$$r_0 \cong W B + \epsilon_0. \quad (14_a)$$

Уравнения (14) и (14<sub>a</sub>) позволяют быстро и для заданных условий в известной мере однозначно решить вопрос о выборе радиуса равновесной орбиты бетатрона.

## Расчет радиуса $r_0$ в бетатронах с кольцевыми пазами на полюсах

Значительная часть энергии магнитного поля бетатрона, а следовательно, и реактивной мощности, потребляемой намагничивающей обмоткой электромагнита, приходится на долю воздушного зазора центральной части между полюсного пространства в круге с радиусом  $r_c$ , где плотность магнитного потока имеет наибольшее значение.

Емкость батареи конденсаторов, необходимых для компенсации реактивной мощности электромагнита бетатрона, можно значительно снизить, если уменьшить или совсем устранить воздушный зазор в центральной части между полюсного пространства.

В этом случае необходима дополнительная обмотка, компенсирующая действие главной намагничивающей обмотки в центре (в круге с радиусом  $r_c$ ).

Когда применяется компенсационная обмотка, полюсные сердечники должны иметь кольцевой паз для размещения обмотки (рис. 3).

Кольцевые пазы на полюсах необходимы также для размещения компенсационной обмотки при подмагничивании электромагнита бетатрона постоянным током.

Кривая зависимости  $B=f(r)$  в электромагните бетатрона с кольцевыми пазами на полюсах приведена на рис. 3.

В этом случае для определения радиуса равновесной орбиты получаются уравнения, аналогичные приведенным выше, но вводится новая величина  $\vartheta_k$  — ширина кольцевого паза, которая может быть вычислена предварительно (стр. 74).

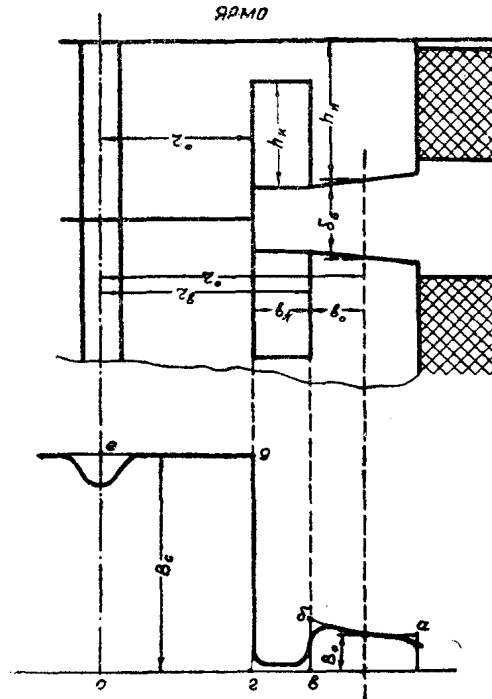


Рис. 3

Для бетатронов с кольцевыми пазами на полюсах уравнение (14) принимает вид

$$r_o = (\vartheta_o + \vartheta_k) + 0,5 AB + \sqrt{(0,5 AB)^2 + \vartheta_k AB}. \quad (15)$$

При точных расчетах этим уравнением и следует пользоваться. В приближенных расчетах, особенно для выявления закономерностей при использовании метода подобия, уравнение (15) неудобно ввиду его сложности.

Разложим в ряд по формуле бинома Ньютона последний член правой части уравнения (15):

$$\left[ (0,5 AB)^2 + \vartheta_k AB \right]^{0,5} = 0,5 AB + \vartheta_k - \frac{\vartheta_k^2}{AB} \dots$$

подставив первые два члена ряда в уравнение (15), получим

$$r_o \cong AB + (\vartheta_o + 2\vartheta_k). \quad (15a)$$

## Предварительное определение ширины кольцевого паза полюса

При расчете радиуса равновесной орбиты в электромагните бетатрона с кольцевыми пазами на полюсах ширина кольцевых пазов должна быть известной. Но в то же время окончательные размеры пазов могут быть определены только после расчета обмотки, которая размещается в кольцевых пазах. В этом случае размеры паза необходимо с достаточной точностью предугадать.

Для предварительного выбора ширины кольцевого паза  $\vartheta_K$  (рис. 3) можно руководствоваться следующими соображениями.

При отсутствии зазора в средней части междуполюсного пространства бетатрона амплитуду ампервитков компенсирующей обмотки в приближенных расчетах можно считать равной магнитному напряжению зазора  $\delta_0$  при  $B_{0a}$ , т. е.

$$AW_K = 0,8 \delta_0 B_{0a}.$$

Если зазор сохраняется, но имеет размер меньше против расчетного без компенсирующей обмотки, то

$$AW_K = 0,8 c_K B_{0a} \delta_0,$$

где  $c_K = \frac{\delta_c - \delta_K}{\delta_c}$  — степень компенсации,

$\delta_c$  — расчетный зазор в центре, без компенсирующей обмотки,

$\delta_K$  — зазор при наличии компенсирующей обмотки.

Площадь поперечного сечения кольцевого паза, необходимая для размещения одной катушки компенсирующей обмотки

$$S_K = \frac{AW_K}{2\sqrt{2}\Delta_K} = \frac{0,283 c_K B_{0a} \delta_0}{\Delta_K}, \quad (16)$$

где  $\Delta_K = j_K \kappa_3$  — плотность тока в пазу,

$j_K$  — плотность тока в меди компенсирующей обмотки,

$\kappa_3$  — коэффициент заполнения паза медью, зависящий от изоляции паза и обмотки и от системы охлаждения.

Примерные значения  $\Delta_K$  в зависимости от напряжения на зажимах обмотки при непрерывном питании обмотки электромагнита переменным током указаны в таблице 2. При импульсном питании обмотки допустимая плотность тока, в соответствии со скважностью импульсов, увеличивается.

Таблица 2

$U_K$ кв	3 — 6	6 — 12	12 — 24
$\Delta_K$ а/см <sup>2</sup>	50 — 40	40 — 35	35 — 30

Для обмотки с проводом прямоугольного сечения в небольших бетатронах при отсутствии воздушных каналов в катушках обмотки плотность тока в пазу может иметь значения порядка  $100 \div 120$  а/см<sup>2</sup>.

Воздушный зазор на радиусе равновесной орбиты зависит от размера  $\vartheta_0$ . В приближенном расчете можно принять

$$\delta_0 \cong 2 \vartheta_0 \sqrt{\frac{1-n}{n}}.$$



Если компенсирующая обмотка размещается только в кольцевых пазах, то площадь, занимаемая поперечным сечением одной катушки при  $h_k = m \vartheta_k$ , равна  $S_k = m \vartheta_k^2$  и ширина кольцевого паза

$$\vartheta_k = \sqrt{\frac{S_k}{m}}, \quad (17)$$

где  $h_k$  — высота (глубина) кольцевого паза.

При выборе коэффициента  $m$  следует учитывать, что чем больше  $h_k$ , тем меньше расчетный радиус равновесной орбиты, т. е. меньше радиальные размеры полюсов. В то же время  $h_k$  не может быть больше высоты полюса ( $h_n$ ). В зависимости от конструкции магнитопровода  $m = 1.5 \div 3$ .

В случае, когда компенсирующая обмотка располагается по всей высоте центрального сердечника, площадь поперечного сечения, занимаемая всей компенсирующей обмоткой, будет равна

$$2 S_k = (2 h_k + \delta_0) \vartheta_k,$$

откуда ширина кольцевого паза

$$\vartheta_k = \sqrt{\frac{S_k}{m} - \frac{\delta_0}{4m}}. \quad (18)$$

В уравнение (16) входит неизвестная пока величина  $B_{oa}$  — амплитуда плотности магнитного потока на равновесной орбите. В зависимости от размеров поперечного сечения ускорительной камеры, от степени компенсации и от постоянной бетатрона  $B_{oa}$  может иметь значения в пределах  $B_{oa} = 2200 \div 4500$  гс. Меньший предел относится к небольшим бетатронам, работающим на переменном токе повышенной частоты, высший соответствует бетатронам с максимальной энергией ускоренных электронов до 100 Мэв и выше.

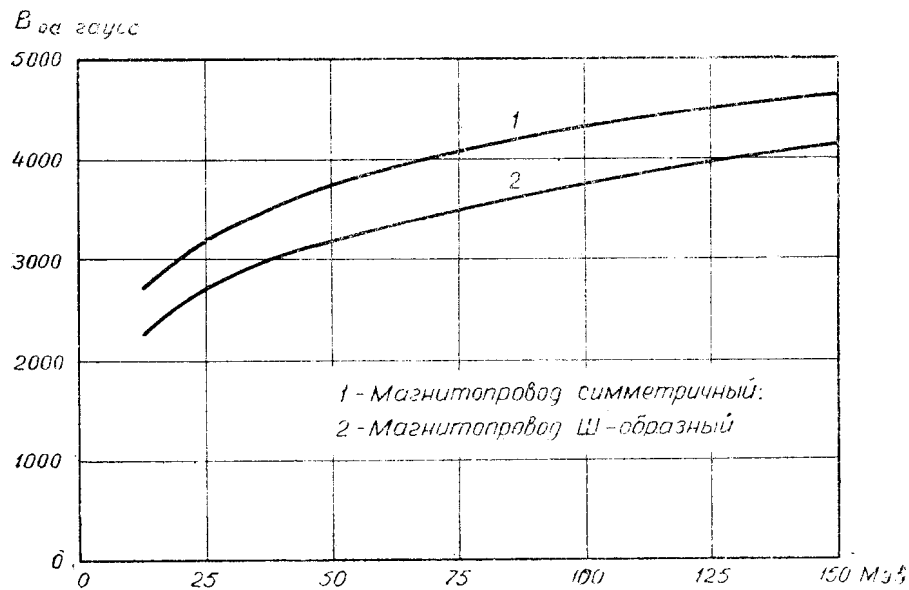


Рис. 4

Чтобы определить площадь поперечного сечения кольцевого паза полюса, необходимо предварительно задаваться значением  $B_{oa}$  и, определив ширину паза  $\vartheta_k$ , а затем  $r_0$  и соответствующее ему значение  $B_{oa}$ , сравнить с предварительно принятым. Если вычисленное значение  $B_{oa}$  отличается от пред-

варительного более, чем на 5%, следует повторить расчет  $S_k$ ,  $v_k$  и  $r_0$  при вычисленном значении  $B_{0a}$ .

Для ориентировки при выборе предварительного значения  $B_{0a}$  можно пользоваться кривыми (рис. 4), соответствующими постоянной бетатрона  $B=0,6$ . Если постоянная проектируемого бетатрона ( $B$ ) не равна 0,6, то значение  $B_{0a}$ , найденное по кривой рис. 4, следует умножить на  $\frac{0,6}{B}$ .

Описанный метод дает приближенное, ориентировочное значение  $v_k$ . После расчета обмотки размеры паза иногда приходится корректировать, что лучше всего осуществлять за счет изменения глубины паза  $h_k$ . В этом случае никаких изменений в других размерах магнитопровода не требуется.

---